

ゲーム理論入門

松田 憲忠

北九州市立大学法学部政策科学科

E-mail to: matsudanoritada@politicalscience.jp or matsudanoritada@kitakyu-u.ac.jp

I. 合理的選択理論 (rational choice theory)

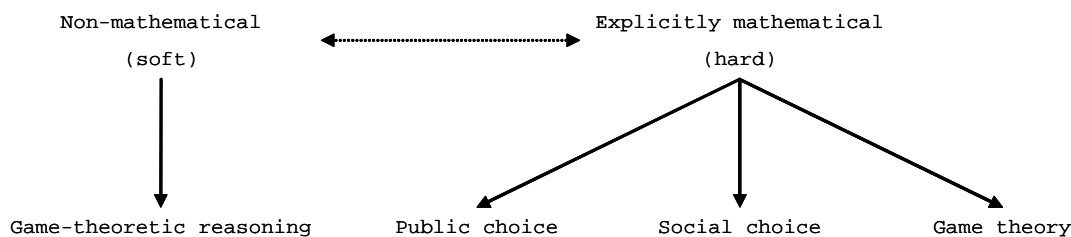
「合理的選択 (rational choice)」とは？

- Rational Choice Theory = Formal Theory = Positive Theory
- 「選択」…各アクターは目標・選好を持ち, その達成のために何らかの選択を行なう
 - 目標・選好は外生的・所与…狭義の私益 (self-interests) に限定する必要はない
 - 目的のある行為 (purposeful action) としての選択
- 「合理的」…最大化 (maximizing/optimizing)

合理的選択理論への批判と反駁

1. 人々は合理的ではない “misinformed” people
2. 人々は数学的計算を行なわない good approximation of reality (“as if” arguments by M. Friedman)
3. 詳細を捨象したモデル “generalizable” and “simple/parsimonious”…多様なケースに適用可能な, 根底にある原理を捉えることが重要

分類



- 限定合理性 (bounded rationality) … 「満足化 (satisficing)」
- 学習モデル (learning models)
- 進化ゲーム理論 (evolutionary game theory)

特徴・強調点

- Generality & Parsimony
- 制度 (both formal and informal) が齎すインセンティブ及び制約
- アクターが持つ情報
- 個人の選択 vs. 集団の選択

II. ゲームの要素と種類

ゲームの要素

- プレイヤー集合: $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
- プレイヤー i にとっての戦略集合: $S_i = \{s^1, s^2, s^3, \dots, s^{m_i}\}$
プレイヤー i の選択した戦略: s_i
- 戦略プロファイル (各プレイヤーの選択した戦略): $s = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$
結果 (アウトカム) が決定される
- 利得: 結果 (アウトカム) に関する選好
- 各アクターの選択 戦略プロファイル 結果 (アウトカム) 利得
「相互依存的 (interdependent)」意思決定 … ゲーム理論と意思決定理論との違い
- 例: 衆議院における立法ゲーム
 - プレイヤー集合: 480 (衆議院議員数)
 - 戦略集合: $S_i = \{Y, N\}$
 - 戦略プロファイル: e.g., $s = \{Y, Y, N, Y, \dots\}$
 - 結果 (アウトカム): 法案可決 or 否決
 - 利得: e.g., $U_i(Y_{maj}) = ?, U_i(N_{maj}) = ?$

ゲームの種類: 非協力ゲームと協力ゲーム

- 歴史的には … 協力ゲーム 非協力ゲーム 協力ゲーム
- 拘束力のある合意の形成は可能か
 - 協力ゲーム: 可能
 - 非協力ゲーム: 不可能 … 裏切りの可能性は絶えず存在する

- ゲームの表現形式
 - 協力ゲーム: 提携形ゲーム
 - 非協力ゲーム: 標準形(戦略形)ゲーム, 展開形ゲーム

	Simultaneous	Sequential
Complete information	1	2
Incomplete information	3	3
	↑	↑
	Strategic [normal] form	Extensive form

III. Simultaneous Games with Complete Information

仮定

1. 全てのプレイヤーは合理的である
2. 共通知識(common knowledge)の仮定
 - (ア) ゲームについて
 - 全てのプレイヤーが全てのプレイヤーの利得を知っている
 - の事実を全てのプレイヤーが知っている
 - の事実を全てのプレイヤーが知っている
 -
 - (イ) 合理性について
 - 全てのプレイヤーが, 全てのプレイヤーは合理的に行動することを知っている
 - の事実を全てのプレイヤーが知っている
 - の事実を全てのプレイヤーが知っている
 -
3. ゲームは1回のみ行われる(one-shot game)

例

■ Matching pennies

		GOALIE	
		L	R
KICKER	L	-1, 1	1, -1
	R	1, -1	-1, 1

■ Coordination game

➤ Pure coordination

		PLAYER 2	
		L	R
PLAYER 1	L	1, 1	0, 0
	R	0, 0	1, 1

➤ Battle of the sexes

		Chris	
		Beach	Mountain
Pat	Beach	2, 1	0, 0
	Mountain	0, 0	1, 2

■ Chicken game

		PLAYER 2	
		Swerve	Not swerve
PLAYER 1	Swerve	2, 2	0, 4
	Not swerve	4, 0	-5, -5

■ Prisoner's dilemma

		PLAYER 2	
		Silence	Talk
PLAYER 1	Silence	3, 3	1, 4
	Talk	4, 1	2, 2

Solving games

A. **支配戦略均衡**: 強支配される戦略の逐次消去 (*iterative elimination of strictly dominated strategies: IESDS*)

- Prisoner's dilemma...均衡:(Talk, Talk)
- IESDS で残った戦略プロファイルが 1 つのみ...唯一の均衡
- IESDS...消去の順番は関係ない

		PLAYER 2		
		L	C	R
PLAYER 1	U	1, 0	1, 2	0, 1
	D	0, 3	0, 1	2, 0

- 注意！：弱支配戦略される戦略の逐次消去 (iterative elimination of weakly dominated strategies: IEWDS)

		PLAYER 2		
		L	C	R
PLAYER 1	U	1, 3	3, 1	2, 2
	M	3, 2	3, 1	3, 1
	D	3, 1	2, 1	1, 0

- ◇ 消去の順番によって残る戦略が異なり得る
- ◇ 複数のナッシュ均衡(後述)から実際何が結果として起こるかを考察する際に、弱支配関係という概念は有用である

B. ナッシュ均衡(Nash equilibrium: NE)

- 他のプレイヤーの戦略を所与とすれば(他のプレイヤーが戦略を変えない限り), 各プレイヤーは自らの戦略を変更するインセンティブを持たない
- ナッシュ均衡の解釈
 - ◇ 安定な状態・・・「この戦略を採るべき」という意味ではない
 - ◇ 予想(読み合い)の均衡
 - ◇ 合理的行動の指針・・・NE 以外の戦略を採ることは合理的ではない NE 以外を採ったら、誰かが裏切って得をする
 - ◇ 事前予想の実現・・・NE 以外については必ずしも予想通りにはいかない

		PLAYER 2		
		L	C	R
PLAYER 1	U	8, 4	4, 0	2, 7
	M	6, 5	5, 6	5, 3
	D	3, 9	4, 0	6, 1

➤ 最適反応戦略 (best response/reply)

		PLAYER 2		
		Q	R	S
PLAYER 1	A	0, <u>3</u>	2, 1	<u>4</u> , 0
	B	<u>5</u> , <u>8</u>	3, 3	<u>4</u> , <u>8</u>
	C	3, 2	2, 1	3, <u>6</u>
	D	<u>5</u> , 8	4, <u>9</u>	0, <u>9</u>
	E	1, <u>5</u>	<u>6</u> , <u>5</u>	1, 1

➤ Prisoner's dilemma... NE: (Talk, Talk)

◇ ジレンマの解消?... 繰り返しゲーム

➤ Pure coordination... NE: {(L, L), (R, R)}

➤ 規格間の競争... NE: {(1, 1), (2, 2)}

		Company B	
		Standard 1	Standard 2
Company A	Standard 1	<u>2</u> , <u>4</u>	0, 0
	Standard 2	0, 0	<u>4</u> , <u>2</u>

◇ 複数の NE 協調の可能性?

- 歴史・規範・慣習
- 事前のコミュニケーション, コミットメント
- Critical mass... 時間を経て協調がなされる
- 協調の失敗... "QWERTY" 経路依存性 (path dependency)
- FOCAL POINT: パレート最適性 (効率性), 弱支配, その他 (マーク付け, 先生からの連絡, NY での待ち合わせ)

➤ Matching pennies... NO "pure strategy" NE (純戦略ナッシュ均衡は存在しない)

C. 混合戦略 (mixed strategy) ナッシュ均衡

➤ 純戦略に対する確率分布... random choice of strategies

➤ 相手の目からは, 自分の採る戦略がランダムのように思わせる

		GOALIE		
		L	R	
KICKER	L	-1, 1	1, -1	P
	R	1, -1	-1, 1	1-p
		q	1-q	

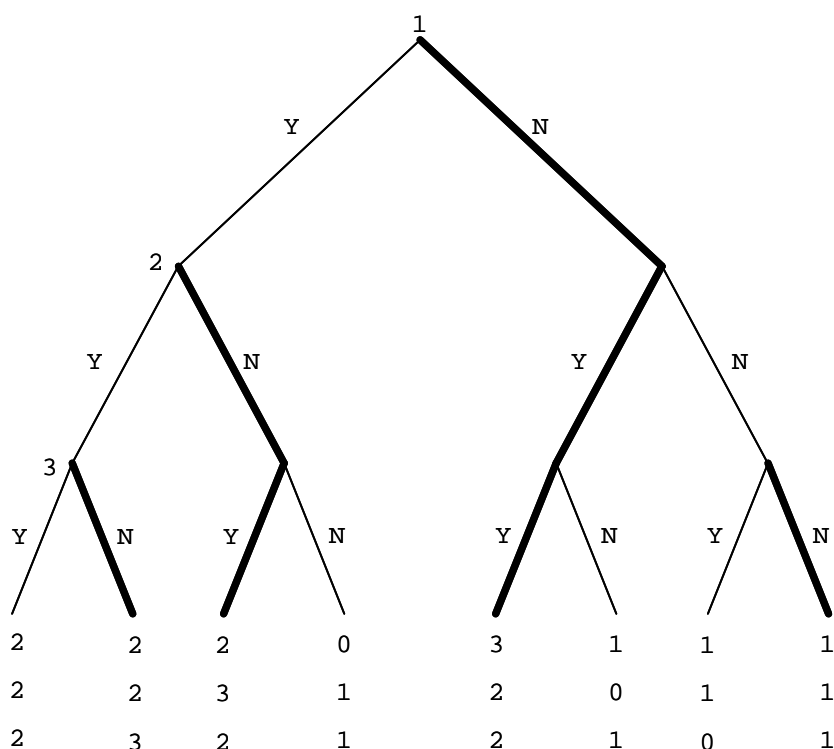
➤ 純戦略... 混合戦略の特殊なケース: p=1 or 0; q=1 or 0

- 期待利得 (expected utility)
 $EU_{KICKER}(L) = q * (-1) + (1-q) * (1) = 1 - 2q$
 $EU_{KICKER}(R) = q * (1) + (1-q) * (-1) = 2q - 1$
- もし両プレイヤーが混合戦略を採ったら, 均衡では・・・「無差別」
 $EU_{KICKER}(L) = EU_{KICKER}(R)$; $EU_{GOALIE}(L) = EU_{GOALIE}(R)$
 $p = 1/2, q = 1/2$
- そうでないときNEの定義に反する・・・e.g., $EU_{KICKER}(L) > EU_{KICKER}(R)$ だったら, KICKERに戦略を変えるインセンティブがあるから, それはNEではない
- MSNE: $((1/2, 1/2), (1/2, 1/2))$

IV. Extensive Form (Sequential Choice)

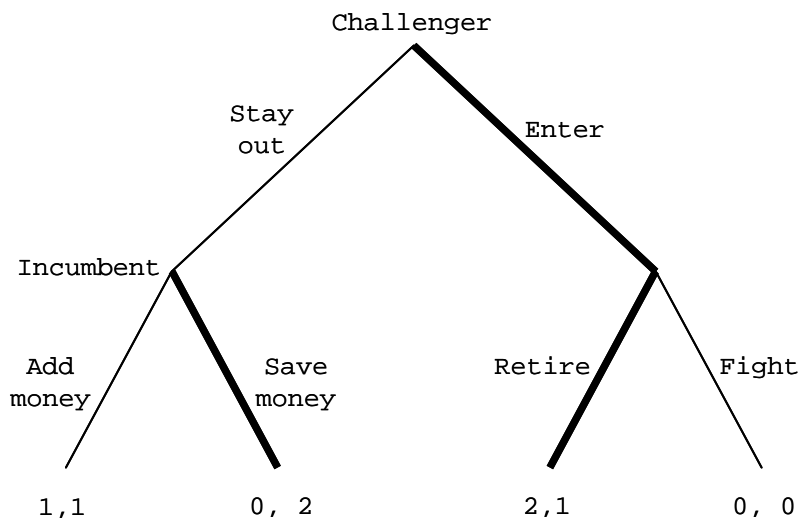
■ 3-person legislature: “pay raise” bill

Bill	Vote	Payoff
PASS	N	3
PASS	Y	2
FAIL	N	1
FAIL	Y	0



- Sequential rationality: 他のプレイヤーの戦略を所与として, 各プレイヤーは全ての分岐点で自らの利得が最大化されるような選択肢を選ぶ
- 各プレイヤーは, 他の全てのプレイヤーが合理的に行動すると考える

- 後向き帰納法 (backward induction)
- 展開形ゲームから戦略形ゲームへの書き換え
 - ◇ 各プレイヤーの戦略は、前のプレイヤーの全ての選択に対する戦略を考える 全ての分岐点における戦略を記す
 - 現職議員 (I) 対新人候補 (C) (1)



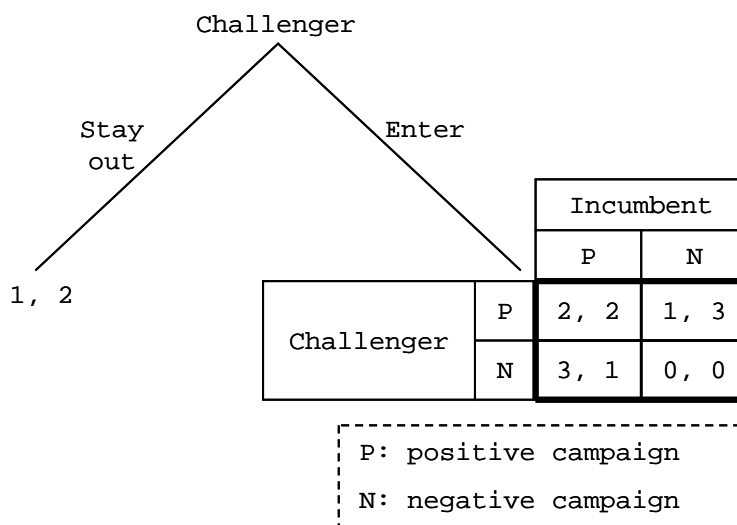
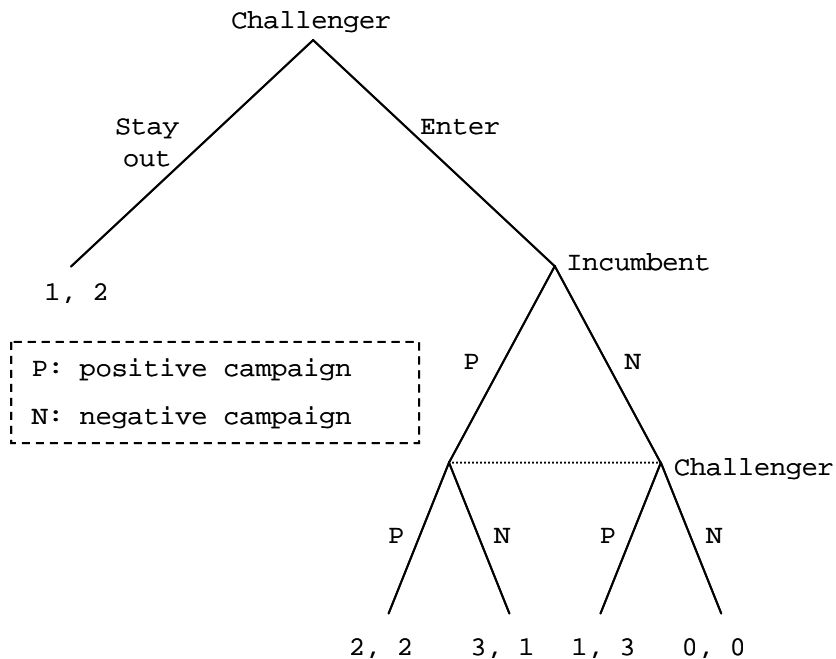
		I			
		A, F	S, F	A, R	S, R
C	SO	1, 1	0, 2	1, 1	0, 2
	E	0, 0	0, 0	2, 1	<u>2, 1</u>

- ◇ 3 PSNE: $\{(SO; S,F), (E; A,R), (E; S,R)\}$
- ◇ SPE: (E; S,R)

サブゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium: SPE)

- サブゲーム: ゲーム全体ないしその一部で、それ自体で 1 つのゲームと見なし得る (1 つの出発点から始まり、情報集合を分断することはない)
- 情報集合 (information set)
- 不完全情報ゲーム (game with imperfect information)
- サブゲーム完全均衡: 他のプレイヤーの戦略を所与として、各プレイヤーは全てのサブゲームで合理的に行動する、全てのサブゲームにおいて全てのプレイヤーは NE をプレイする
 - SPE NE
 - 完全情報 (perfect information) ゲーム... SPE = Backward induction

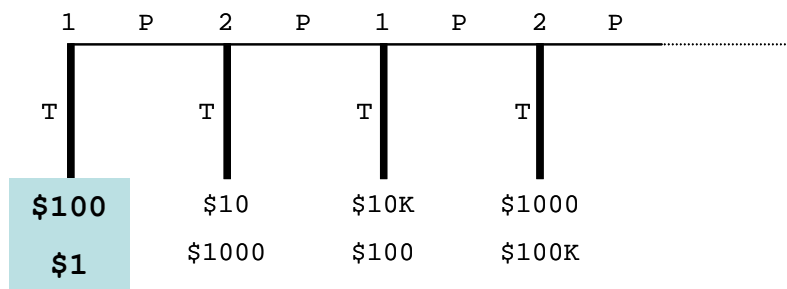
■ 現職議員(I)对新人候補(C) (2)



		I	
		P	N
C	SO, P	1, 2	<u>1, 2</u>
	SO, N	1, 2	1, 2
	E, P	2, 2	<u>1, 3</u>
	E, N	<u>3, 1</u>	0, 0

- ◇ 4 PSNE: {(SO,P; N), (SO,N; N), (E,P; N), (E,N; P)}
- ◇ 3 SPE: {(SO,P; N), (E,P; N), (E,N; P)}

■ Centipede



繰り返しゲーム (repeated games)

■ Prisoner's dilemma の克服の可能性？

		PLAYER 2	
		Silence	Talk
PLAYER 1	Silence	3, 3	0, 5
	Talk	5, 0	1, 1

■ 2 回繰り返し？ n 回繰り返し？ …両プレイヤーとも各サブゲームで「裏切り」を選択する

■ 無限回繰り返し？

- 将来利得に対する割引因子 (discount factor): (デルタ)

$$u + \delta \cdot u + \delta^2 \cdot u + \dots = \frac{u}{1 - \delta}$$

$$0 < \delta < 1$$

- 戦略例

- ◇ all-C
- ◇ all-D
- ◇ トリガー (grim trigger: GT)
- ◇ しっぺ返し (tit-for-tat: TFT)

- 割引因子の値が重要…将来利得を高く評価していれば GT 戦略は SPE となり, 協力が達成され得る

- ◇ 国際関係…条約を破ることの長期的なコスト
- ◇ 米国上院における慣習…法案の相互支持(この慣習を破ることの長期的なコスト)

- フォーク定理 (Folk Theorem): 「繰り返しゲームでは, 協力を実現するものや協力が達成できないものなど多くの SPE が存在する」

- ◇ all-D も SPE となる

V. 情報不完備ゲーム (game with incomplete information)

- 情報完備ゲーム(game with complete information): 全てのプレイヤーはゲームのルール(ゲームの各構成要素)に関して完全な知識を持つと仮定される
 - チェス, ポーカー, スポーツ等
 - 現実社会ではこの仮定は一般的ではない...企業はライバル企業の経営目標や技術力, 消費者の好みに関して不完全な知識しか持たないことが多い(情報の非対称性 information asymmetry)
- 情報不完備ゲーム: プレイヤーがゲームのルールについて必ずしも完全な知識を持たないゲーム
 - 各プレイヤーは相手の「タイプ」が何であるのか知らない 相手のタイプに関するある確率分布を持っている
 - 各プレイヤーは自分のタイプが何であるかを知っている
- ベイジアン均衡(Bayesian Nash equilibrium: BNE): 全てのプレイヤーの全てのタイプは, 相手の選択に対する最適反応を行なう
- シグナリング(signaling)
 - プレイヤーがある行動を選択することによって自分のタイプを顯示しようとする行為
 - ある行動がシグナルとして機能するためには, シグナルの費用がプレイヤーのタイプによって異なることが必要である
 - Spence's Education Model
 - 就職したい学生のタイプ: 高い能力(Hタイプ) or 低い能力(Lタイプ)
 - 学生の行動: 大学進学(コストを伴う) or 即就職
 - 学生のタイプと大学進学: Hタイプにとってはボーナス; Lタイプにとってはペナルティ
 - 企業の行動: 高給を与える or 低賃金で雇う
 - 企業の持つ主観的確率分布: $H:p; L:1-p$
 - ◇ 分離均衡(separating equilibrium)の存在: Lタイプは即就職, Hタイプは大学進学
 - ◇ 大学進学のコストがHタイプとLタイプで異なるが故に, 大学進学がHタイプにとってシグナルとして機能する
 - ◇ 合同均衡(pooling equilibrium)の存在
- 中古車市場における逆選択(adverse selection)
 - ◇ 買い手は車の品質(タイプ)について完全な知識を持っていない(取引の前に情報の非対称性が存在)
 - ◇ レモン車しか取引されない
 - ◇ 自動車保険も同様...保険会社はドライバーの運転技術のレベル(タイプ)を知らない 掛け金上昇 乱暴なドライバーしか保険に加入しない
- 自動車保険におけるモラルハザード(moral hazard)
 - ◇ 手厚い保険に加入 乱暴な運転へ(取引が始まってから情報の非対称性が発生)

- ◇ 保険を買った人が安全な運転をするように心がけているかが保険会社には分からない
- ◇ 金融政策(銀行救済)にも適用可能

VI. ゲーム理論入門書

梶井厚志 (2002) 『戦略的思考の技術 ゲーム理論を实践する』 中公新書.

梶井厚志・松井彰彦 (2000) 『ミクロ経済学 戦略的アプローチ』 日本評論社.

神戸伸輔 (2004) 『入門 ゲーム理論と情報の経済学』 日本評論社.

竹田茂夫 (2004) 『ゲーム理論を読みとく 戦略的理性の批判』 ちくま新書.

モートン・D・デービス (1973) 『ゲームの理論入門 チェスから核戦略まで』 (桐谷維・森克美訳) 講談社ブルーバックス.

GATES, Scott & Brian D. Humes (1997) *Games, information, and politics: Applying game theoretic models to political science*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press.

GIBBONS, Robert (1992) *Game theory for applied economists*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
(邦訳あり)

KREPS, David M. (1990) *Game theory and economic modelling*. New York, NY: Oxford University Press.
(邦訳あり)